



TITLE:

## 輻射場のコヒーレンスII

AUTHOR(S):

田中, 秀次郎

---

CITATION:

田中, 秀次郎. 輻射場のコヒーレンスII. 物性研究 1976, 25(5): 265-277

ISSUE DATE:

1976-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89092>

RIGHT:

## 輻射場のコヒーレンス II

早大理工 田中秀次郎

### §1 序

光の干渉現象については、19世紀以後多くの研究がなされた。それにもかかわらず、コヒーレンスなる概念は明確なものになっていない。その原因は、コヒーレンス理論が熱光源を用いた干渉の実験を基礎に作られてきた事にある。熱放射状態の輻射場は、光子数及び位相のゆらぎが大きい。そのため、異なる熱光源からの互いに独立な輻射場を重ね合わせても、干渉縞を観測することが出来ない。熱光源を用いて干渉縞を生じさせるためには、輻射場の光子数及び位相の差が一定になるように、ゆらぎの間に適当な相関を作ることが必要である。Youngの実験やMichelsonの干渉計において、二つのスリット、又はハーフ・ミラーを使い、熱光源から出た同一輻射場を、二つに分けることは、ゆらぎの間に適当な相関をもたせる役割をなしている。これらの輻射場を再び重ね合わせるにより、ゆらぎの差を一定にして干渉縞を生じさせている。それ故、古典論では、<sup>1)</sup>干渉縞は輻射場の複素振幅の間の相関の大きさを表わすものと考えて、相互コヒーレンス関数等で記述した。空間的に異なる場所の輻射場の複素振幅の相関の程度を空間的コヒーレンスで表わし、異なる時刻での複素振幅の相関の程度を、時間的コヒーレンスで表わした。そして、コヒーレンスは輻射場の重ね合わせにおいて、干渉縞の現われる程度を示す量として定義された。しかし、レーザーの出現により、振幅及び位相のゆらぎの小さな輻射場が利用できるようになった。又、測定装置の発達は、微弱光の測定を可能にした。これらの事が、干渉現象を量子論的に扱う事を要求した。コヒーレンスの量子論は、Glauberによって作られたが、<sup>2~5)</sup> この理論では、輻射場の複素振幅の相関の大きさを量子論的相互相関関数を使ってあらわすことにより、干渉現象を記述している。しかし、干渉を輻射場の複素振幅の相関の大きさを示す現象と考えている点で、古典的コヒーレンス理論の量子論への単なる拡張にすぎない。

古典論においては、光子数や位相のゆらぎの大きい熱光源からの輻射場を対象としていたため、ゆらぎの差が一定であるかどうか、干渉縞の生成に重要な役割をなしていた。光子数と位相のゆらぎの小さなレーザー光は、コヒーレンス理論に新しい領域をひ

らいた。ゆらぎの相関だけではなく、光子数と位相のゆらぎの大きさそのものと、干渉の関係を説明することである。この点を明らかにするには、従来のごとく量子論的相互相関関数を基礎にして、電場の複素振幅の相関を調べるのでは不十分である。輻射場の波数ベクトルと偏光ベクトルによって特徴づけられる光子の量子状態に、光子数がどのように分布するかという光子統計の問題として、干渉現象を扱う必要がある。とくに、干渉縞が生じるとき、光子の量子状態が異なる輻射場を重ね合わせているという事を、考慮しなければならない。この事が無視されてきたため、干渉縞の生じる干渉現象を、異なる量子状態間の関係をあらわす相対的な問題として、あつかわれなかった。そのため、光子の位相と干渉の間に、どんな関係が存在するか、現在でも明らかになっていない。

この論文では、§ 2において今までのコヒーレンス理論を要約し、その不明確さの原因を指摘した。§ 3では、§ 2での考察にもとづき、干渉縞の鮮明度を最大にする条件（これを可干渉の条件と以後よぶ。）をもとめた。先の論文でもとめたコヒーレンスの条件は<sup>6)</sup>、可干渉の条件の特別な場合に成り立つ条件式である。この可干渉の条件にもとづき、§ 4で、干渉縞の鮮明度が最大になるのに、二通りあることを示した。ひとつは、統計的に独立なモード間の干渉で、このときは、光子の消滅演算子の固有状態（これを、コヒーレント状態とよぶ。）以外は、可干渉の条件を満たさない。もうひとつは、重ね合わせた状態間に相関がある場合である。このときは、熱放射状態でも、可干渉の条件を満たすことを示した。§ 5では、輻射場の種々の状態のゆらぎの大きさをもとめた。そして§ 6で、ゆらぎの大きさと干渉縞の関係を明らかにした。つまり、通常の熱光源のように光子数及び位相のゆらぎが大きいときは、ゆらぎの差を一定に保つような相関がなければ、ゆらぎによって干渉縞が観測できない。又、コヒーレント状態はゆらぎが非常に小さいため、ゆらぎの効果によって干渉縞が、打ち消されることのない状態であることを示した。

## § 2 コヒーレンス理論とその限界

ここでは、Glauberのコヒーレンス理論を要約し、<sup>2~5)</sup>そして、その限界を示す。

コヒーレンス理論の基礎になる一次のコヒーレンス（つまり、可干渉の条件）は、図1に示すようなYoungの干渉実験の量子論的考察から求めている。<sup>7)</sup>スクリーン上の点  $p$

( $\mathbf{r}$ )における任意の時刻  $t$  での輻射場の強度は、電場の演算子を

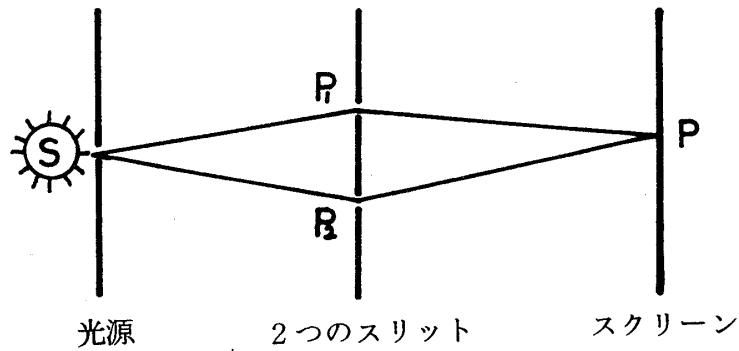


図 1. Young の実験

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) &= i \sum_k \left(\frac{1}{2} \hbar \omega_k\right)^{1/2} a_k u_k(\mathbf{r}) e^{-i\omega_k t} \\ \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) &= i \sum_k \left(\frac{1}{2} \hbar \omega_k\right)^{1/2} a_k^+ u_k^*(\mathbf{r}) e^{i\omega_k t} \end{aligned} \quad (2.1)$$

で与えれば、次のように定義される。

$$I(\mathbf{r}, t) = \text{tr} \{ \rho E^{(-)}(\mathbf{r}, t) E^{(+)}(\mathbf{r}, t) \}, \quad (2.2)$$

但し、簡単の為に電場は、直線偏光しているものとする。又、 $\rho$ は輻射場の密度演算子をあらわしている。点  $P$ での電場の演算子  $E^{(+)}(\mathbf{r}, t)$  は、スリット  $P_1$  と  $P_2$  での演算子を使って、近似として次のように書ける。

$$\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1) + \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2), \quad (2.3)$$

但し,  $t = t_1 + \frac{1}{c} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|$ ,  $t = t_2 + \frac{1}{c} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|$  である。この近似を使うことにより, スクリーン上の点 P での輻射場の強度を, 二つのスリット  $P_1$  と  $P_2$  に入射した輻射場の相関関数で書きあらわしている。つまり

$$I(x) = G^{(1)}(x_1, x_1) + G^{(1)}(x_2, x_2) + 2 |G^{(1)}(x_1, x_2)| \cos \phi(x_1, x_2), \quad (2.4)$$

となる。但し,  $x_i$  は時空点  $(\mathbf{r}_i, t_i)$  をあらわす。又, 相関関数は次のように定義される。

$$\begin{aligned} G^{(1)}(x_i, x_j) &= |G^{(1)}(x_i, x_j)| e^{i\phi(x_i, x_j)} \\ &= \text{tr} \{ \rho \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}_i, t_i) \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_j, t_j) \} \end{aligned} \quad (2.5)$$

(2.4) 式の第3項が, 干渉縞をあらわしている。干渉縞が最も鮮明になるのは,  $|G^{(1)}(x_1, x_2)|$  が最大値をとるときである。その値は, シュワルツの不等式よりきまる。つまり, 干渉縞の鮮明度が最大になる必要条件は

$$|G^{(1)}(x_1, x_2)| = \{ G^{(1)}(x_1, x_1) G^{(1)}(x_2, x_2) \}^{1/2}, \quad (2.6)$$

で与えられる。Glauber は, この式と数学的に同等な条件式

$$G^{(1)}(x_1, x_2) = \varepsilon^*(x_1) \varepsilon(x_2), \quad (2.7)$$

をもって, 一次のコヒーレンス, あるいは, optical coherence の定義とした。さらにこれを拡張して, 高次のコヒーレンスを定義した。つまり,  $M$  次までの相関関数がすべて

$$G^{(n)}(x_1 \cdots x_n) = \prod_{j=1}^n \varepsilon^*(x_j) \prod_{j=n+1}^{2n} \varepsilon(x_j), \quad (M \geq n), \quad (2.8)$$

なる形に書けるとき、その輻射場を  $M$  次のコヒーレンスと呼んだ。さらに、すべての  $n$  に対して相関関数が (2.8) 式の形に書けるとき、full coherence と定義した。fully coherent な輻射場は、光子数表示したときの密度行列の対角成分の大きさが、Poisson分布の形で与えられるという制限を課し、非対角成分の大きさには何ら制限を加えない事が示されている。この fully coherentな輻射場の一例として、密度演算子が次のように書けるものがある。

$$\rho = e^{-|\alpha|^2} \sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} |n\rangle\langle n|, \quad (2.9)$$

しかし、Glauberによってこのように展開されたコヒーレンスの量子論において、近似 (2.3) の使用が、混乱の原因をなしている。熱光源からの輻射場による干渉の場合は、ゆらぎの相関が重要な役割をなしている。それ故、重ね合わせる輻射場の干渉を、スリットの置かれた二点における電場の相関の問題としてとらえ、近似 (2.3) を用いることは多少意義があった。しかし、干渉現象を光子統計の問題として厳密に扱うには、近似 (2.3) を使うことは、不適当である。近似 (2.3) を用いると、重ね合わせる輻射場の波数ベクトルの違いを無視してしまうことになる。光子の量子状態は、波数ベクトルと偏向ベクトルによって決まる。そして、その各量子状態のなかで光子数の分布が、どのような統計法則に従うかによって、輻射場の巨視的状态が決まる。それ故、近似 (2.3) を使用し、重ね合わされる輻射場の波数ベクトルの違いを無視することは、干渉する光子の量子状態について無視することになる。つまり、図 1 で示される Young の実験において、スリット  $P_1$  と  $P_2$  で回折しスクリーン上の点  $P$  で重なり合う二つの輻射場は、振動数が等しくても、波数ベクトルの向きが異なる異なるモードの輻射場である。異なる量子状態に属する光子が、干渉しているのである。つまり、干渉縞が生じる干渉現象は、異なる量子状態に属する光子の間に起っている現象である。今までのコヒーレンス理論では、近似 (2.3) を使用したためこの波数ベクトルの違いを考慮しなかった。干渉現象を正しく扱うには、二点間における輻射場のゆらぎの相関の問題としてではなく、異なる量子状態に存在する光子の間の関係として調べる必要がある。つまり、異なる量子状態のなかに、どのように光子が統計分布していれば可干渉なのかを調べる必要がある。それは、とりもなおさず各量子状態の

ゆらぎの大きさと干渉縞の関係を調べることである。

### § 3 可干渉の条件

光子の量子力学的状態は、波数ベクトルと偏向ベクトルによって決まる。つまり、輻射場のモードが決まる。そして各モードのなかで光子がどのように統計分布するかによって、輻射場の巨視的状态が決定される。このことを考慮して、ここでは各々が単一モードに励起された輻射場の間での干渉について考える。たとえば、Youngの実験を単純化して考え、スクリーン上の点Pに、二つのスリットから各々単一モードの輻射場が来て干渉している場合である。

励起されている二つのモードを添字 $\ell$ と $m$ で表わすと、時空点 $x = (\mathbf{r}, t)$ で重なり合っている輻射場の強度 $I(x)$ は

$$\begin{aligned} I(x) &= \text{tr} \rho E^{(-)}(x) E^{(+)}(x) \\ &= \text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_{\ell}^{(+)}(x) + \text{tr} \rho \mathbf{E}_m^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x) + 2 \text{Re} \text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x), \end{aligned} \quad (3.1)$$

で与えられる。但し、 $\mathbf{E}_k^{(-)}(x), \mathbf{E}_k^{(+)}(x)$ は(2.1)式での $k$ 番目のモードの成分をあらわしている。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_k^{(-)}(x) &= -j \left( \frac{1}{2} \hbar \omega_k \right)^{1/2} a_k^* \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) e^{i\omega_k t} \\ \mathbf{E}_k^{(+)}(x) &= i \left( \frac{1}{2} \hbar \omega_k \right)^{1/2} a_k \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) e^{-i\omega_k t} \end{aligned} \quad (k=\ell, m), \quad (3.2)$$

(3.1)式において、右辺の第一項、第二項は、 $\ell$ 番目と $m$ 番目のモードに励起された輻射場の強度を各々あらわしている。第三項目が、モード $\ell$ と $m$ の間の干渉をあらわしている。(2.4)式と比べてみればわかるように、干渉を表わす項は、二点間の相関ではなくモード間の相関としてあらわされている。この違いは近似(2.3)を使用しないことによる。ここで

$$\text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x) = |\text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x)| e^{i\phi(\ell, m, x)} \quad (3.3)$$

とおくと、(3.1)式は次のように書きなおせる。

$$\begin{aligned} I(x) = & \text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_{\ell}^{(+)}(x) + \text{tr} \rho \mathbf{E}_m^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x) \\ & + 2 |\text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x)| \cos \phi(\ell, m, x), \end{aligned} \quad (3.4)$$

この式において、 $|\text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x)|$  の値が最大するとき、量子状態  $\ell$  と  $m$  の間の干渉縞の鮮明度が最大になる。この値はシュワルツの不等式により、その上限が与えられる。

$$|\text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x)|^2 \leq \text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_{\ell}^{(+)}(x) \text{tr} \rho \mathbf{E}_m^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x), \quad (3.5)$$

鮮明度が最大になるのは、等号が成り立つときである。

$$|\text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x)|^2 = \text{tr} \rho \mathbf{E}_{\ell}^{(-)}(x) \mathbf{E}_{\ell}^{(+)}(x) \text{tr} \rho \mathbf{E}_m^{(-)}(x) \mathbf{E}_m^{(+)}(x), \quad (3.6)$$

この式を (3.2) 式を使って書きなおすと

$$|\text{tr} \rho a_{\ell}^{\dagger} a_m|^2 = \text{tr} \rho a_{\ell}^{\dagger} a_{\ell} \text{tr} \rho a_m^{\dagger} a_m, \quad (3.7)$$

となる。この式が、我々のもとめる可干渉の条件式である。一次のコヒーレンスの定義式 (2.10) ではなく、この条件 (3.7) を満たすとき、モード  $\ell$  と  $m$  に励起されたた輻射場の間の干渉縞が、最も鮮明になるときである。

#### § 4 可干渉の条件を満たす状態

可干渉の条件を満足する輻射場について、干渉してる輻射場が互いに統計的に独立な



場合と，独立ではなく，ゆらぎの間に相関がある場合に分けて調べる。

まず，励起された輻射場のモード  $\ell$  と  $m$  が，互いに統計的に独立な場合を考える。その密度演算子は

$$\rho = \rho_\ell \rho_m, \quad (4.1)$$

となる。この時，可干渉の条件 (3.7) は，コヒーレンスの条件式<sup>6)</sup>

$$|\text{tr } \rho_k a_k^\dagger|^2 = \text{tr } \rho_k a_k^\dagger a_k, \quad (k=\ell, m) \quad (4.2)$$

となる。そして，この条件式 (4.2) を満たす状態は，コヒーレント状態以外に存在しない事を示した。つまり，統計的に独立な異なるモードの輻射場の干渉において，干渉縞の鮮明度が最大になるのは，コヒーレント状態以外にない。

次に，重ね合わされる輻射場が統計的に独立ではなく，ゆらぎの間に相関が存在する場合について調べる。ここでは特に，ゆらぎの大きな熱放射状態にある輻射場について調べる。単一モード  $k$  に励起された状態を， $P$  表示を使って書くと次のようになる。

$$\rho_k = \frac{1}{\pi \langle n_k \rangle} \int \exp \left\{ -\frac{|\alpha_k|^2}{\langle n_k \rangle} \right\} |\alpha_k\rangle \langle \alpha_k| d^2 \alpha_k. \quad (4.3)$$

ここで， $\langle n_k \rangle$  は平均光子数をあらわす。今二つのモード  $\ell$  と  $m$  に励起されている熱放射状態の輻射場の間に相関があるとき，その密度演算子は

$$\rho = \int P(\alpha_\ell, \alpha_m) \prod_{k=\ell, m} |\alpha_k\rangle \langle \alpha_k| d^2 \alpha_k, \\ P(\alpha_\ell, \alpha_m) = \frac{1}{\pi^2 \langle n_\ell \rangle \langle n_m \rangle (1-\eta^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{(1-\eta^2)} \left[ \frac{|\alpha_\ell|^2}{\langle n_\ell \rangle} + \frac{|\alpha_m|^2}{\langle n_m \rangle} - \frac{\eta(\alpha_\ell^* \alpha_m + \alpha_\ell \alpha_m^*)}{\sqrt{\langle n_\ell \rangle \langle n_m \rangle}} \right] \right\} \quad (4.4)$$

と書ける。ここで  $\eta$  は，モード  $\ell$  と  $m$  の間の相関係数である。(4.4) 式より次式がもたらまる。

$$|\text{tr } \rho a_\ell^\dagger a_m|^2 = \eta^2 \text{tr } \rho a_\ell^\dagger a_\ell \text{tr } \rho a_m^\dagger a_m. \quad (4.5)$$

$\eta = 1$  のとき、つまり相関が最も強いとき、(4.5)式は可干渉の条件式 (3.7) と一致する。このとき、干渉縞の鮮明度が最大になる。たとえ、熱放射状態のようなゆらぎの大きな輻射場でも、重ね合わせる輻射場の状態間に相関があるなら、干渉縞を生じる。そして、干渉縞の鮮明度は相関係数  $\eta$  に一致する。つまり、(4.4)式を使って鮮明度  $V$  を計算すると

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \eta, \quad (4.6)$$

となる。但し、 $\langle n_\ell \rangle = \langle n_m \rangle$  である。又、 $I_{max}$  と  $I_{min}$  は各々輻射場の強度の最大値と最小値をあらわす。

以上の事から明らかなように、輻射場が可干渉の条件を満たすのにふたとおりある。ひとつは、コヒーレント状態にあるときで、このときは、統計的に独立なモード間でも可干渉の条件をみたす。もうひとつは、モード間に適当な相関があるときで、この場合は、熱放射状態といったゆらぎの大きな輻射場でも可干渉の条件を満たす。

## § 5 輻射場のゆらぎ

ここでは、輻射場の統計的性質と干渉現象の関係を考察するために、いろいろな状態の光子数及び位相のゆらぎを調べる。

光子の位相演算子は、消滅演算子  $a$  と生成演算子  $a^+$  を使って

$$\begin{aligned} C &= C^+ = \frac{1}{2} (E_- + E_+), \\ S &= S^+ = \frac{1}{2i} (E_- - E_+), \end{aligned} \quad (5.1)$$

で定義されてる。<sup>8)</sup> 但し

$$E_- = (N+1)^{-\frac{1}{2}} a, \quad E_+ = a^+ (N+1)^{-\frac{1}{2}}, \quad (5.2)$$

である。ここで、 $N = a^+ a$  である。これらの演算子を使って単一モードに励起されたいろいろな状態の輻射場の光子数と位相のゆらぎの大きさを計算し、その結果を表 1 にまとめた。 $\rho_1$  は、純粋なコヒーレント状態、 $\rho_2$  は、(2.9)式で与えた fully coherent な状態、 $\rho_3$  は熱放射状態、 $\rho_4$  は光子数が  $n$  に確定している状態を各々あらわしている。

まず光子数のゆらぎについて比較してみる。コヒーレント状態  $\rho_1$  と fully coherent な状態  $\rho_2$  は、光子数のゆらぎの二乗平均の大きさ  $\langle \Delta N^2 \rangle$  はともに  $|\alpha|^2$  である。つまり、平均光子数  $\langle N \rangle$  に等しい粒子性のゆらぎの項しか存在しない。これは密度行列の対角成分が共に、Poisson 分布している事による。他方、熱放射状態  $\rho_3$  の  $\langle \Delta N^2 \rangle$  は、平均光子数の二乗と一乗に等しい波動性と粒子性のゆらぎの和になっている。さらに光

	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_4$	
	$ \alpha\rangle\langle\alpha $	$e^{- \alpha ^2} \sum \frac{ \alpha ^{2n}}{n!}  n\rangle\langle n $	$\frac{1}{\pi\langle n \rangle} \int e^{-\frac{ \alpha ^2}{\langle n \rangle}}  \alpha\rangle\langle\alpha  d^2\alpha$	$ n\rangle\langle n $	
$\langle N \rangle$	$ \alpha ^2$	$ \alpha ^2$	$\langle n \rangle$	$\langle n \rangle$	
$\langle N^2 \rangle$	$ \alpha ^2 +  \alpha ^4$	$ \alpha ^2 +  \alpha ^4$	$\langle n \rangle + 2 \langle n \rangle^2$	$\langle n \rangle^2$	
$\langle \Delta N^2 \rangle$	$ \alpha ^2$	$ \alpha ^2$	$\langle n \rangle + \langle n \rangle^2$	0	
	$\langle N \rangle \ll 1^*$	$1 \ll \langle N \rangle^*$			
$\langle c \rangle$	0	$\cos \phi^{**}$	0	0	
$\langle c^2 \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\cos^2 \phi$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} e^{- \alpha ^2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1+\langle n \rangle} \right)$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \delta n_0$
$\langle \Delta c^2 \rangle$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} e^{- \alpha ^2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1+\langle n \rangle} \right)$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \delta n_0$
$\langle s \rangle$	0	$\sin \phi$	0	0	
$\langle s^2 \rangle$	$\frac{1}{4}$	$\sin^2 \phi$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} e^{- \alpha ^2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1+\langle n \rangle} \right)$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \delta n_0$
$\langle \Delta s^2 \rangle$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} e^{- \alpha ^2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1+\langle n \rangle} \right)$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \delta n_0$

\* コヒーレント状態  $\rho_1$  の位相の値は被雑なので、極限值のみ記入した。

\*\*  $\phi$  は  $\alpha = |\alpha| \exp i \phi$  で定義されている。

表 1. 光子数と位相のゆらぎ

光子数確定の状態  $\rho_4$  は、当然零にひとしい。平均光子数が大きいとき、 $\langle \Delta N^2 \rangle / \langle N \rangle^2$  の値は、 $\rho_1$  と  $\rho_2$  の場合は零になるが、熱放射状態  $\rho_3$  の場合は、発散する。

次に位相のゆらぎの二乗平均  $\langle \Delta C^2 \rangle$  と  $\langle \Delta S^2 \rangle$  の値を 各状態について比較してみる。平均光子数が零に近づくとき、どの状態もゆらぎの大きさは、 $\frac{1}{4}$  に収束する。これは、輻射場の零点振動のゆらぎの大きさを示している。しかし、平均光子数が大きいときは、その違いが明らかになる。コヒーレント状態  $\rho_1$  は零に、他の状態は、 $\frac{1}{2}$  に収束する。つまり、コヒーレント状態は位相のゆらぎのない状態に、他の状態は位相のゆらぎが最大の状態、つまり位相が完全にランダムな状態に近づく。

特に、同じ fully coherent な状態である  $\rho_1$  と  $\rho_2$  について比較してみる。光子数のゆらぎの二乗平均は、共に  $|\alpha|^2$  で等しい。これはどちらの状態も、その密度行列の対角成分が

$$\langle n | \rho | n \rangle = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} e^{-|\alpha|^2}, \quad (5.3)$$

となり、同じ Poisson 分布していることによる。ところが、位相のゆらぎを比べると大きな差が出る。平均光子数が大きいとき、コヒーレント状態は、ゆらぎはなくなる。逆に、 $\rho_2$  はゆらぎが最大になる。これは密度行列の非対角成分の違いによる。つまり、位相のゆらぎの大きさと、密度行列の非対角成分の大きさが関連しているためである。輻射場が full coherence であるとき、その密度行列の非対角成分には、何ら制限が課せられていない。<sup>5)</sup> このことは、full coherence であることと位相のゆらぎの間に 直接の関係が存在しないことを示している。

## § 6 ゆらぎと干渉

§ 4 で明らかにしたように、干渉縞の鮮明度が最大になる場合に、二通りある。ひとつは統計的に独立なモード間の干渉で、このとき、コヒーレント状態以外は鮮明度を最大にしない。一方、統計的に独立ではなく、ゆらぎの間に適当な相関が存在する場合で、この時は、熱放射状態でも可干渉である。又、§ 5 で示したように、コヒーレント状態の光子数と位相のゆらぎは、非常に小さい。一方、熱放射状態は、ゆらぎが非常に大きな状態である。これらの事から、次のことがわかる。ゆらぎの大きな二つの輻射場の干渉においては、両者が統計的に独立なら干渉縞は生じない。しかし、両者に統計的な相関が有るなら干渉縞は生じる。とくに、相関係数が最大するとき、可干渉の条件をみたす。このことは、ゆらぎの大きな輻射場の干渉においては、一般に、ゆらぎが干渉縞を打ち消す役割をなしている。ただ、両者のゆらぎの間に適当な相関が存在するとき、つまり、両者の差が一定に保たれてゆらぐときは、干渉縞を打ち消すことはない。他方、ゆらぎの非常に小さなコヒーレント状態の場合には、ゆらぎの効果によって干渉縞が打ち消されることがないので、統計的に独立な状態の間の干渉でも、可干渉の条件を満たす。今までのコヒーレンス理論は、ゆらぎの大きな熱放射状態の輻射場を使った干渉実験を基礎にしていた。そのため、干渉縞の生成は、重ね合わせる輻射場のゆらぎの間の相関の

問題として、限られてしまった。それ故、干渉縞の生成に対するゆらぎの効果を解明できなかった。特に、干渉縞が、ゆらぎの大きさに直接関係なく、ゆらぎの差が一定になれば生じること、又、コヒーレント状態は、ゆらぎそのものが十分小さいため、ゆらぎの効果によって干渉縞が打ち消されることのない状態であることが、明確になっていなかった。

以上のゆらぎと干渉縞との関係から考えると、次のような疑問が生じる。full coherence の条件は、位相のゆらぎの大きさに何ら制限を課さない。それ故、fully coherent な状態は、可干渉の状態なのかどうか。光子数確定の状態は Glauber の定義に従えば、一次のコヒーレンスである。つまり干渉縞の鮮明度を最大にする状態である。しかし、§ 6 で明らかにしたように、この状態の位相は完全にランダムである。それなのに干渉縞の鮮明度を最大にするのか。さらに、一次のコヒーレンスの例とされている単一モードに励起された状態が、光子数と位相の分布にかかわらず干渉縞の鮮明度を最大にするのかどうか。これらの事を調べる必要がある。

## § 1 1 結 論

今までのコヒーレンス理論では、近似 (2.3) を使用したため、干渉している輻射場の量子状態について無視してしまった。そのために、一次のコヒーレンスの定義式 (2.7) では、干渉縞の鮮明度について正確に記述しえない。近似 (2.3) を使用しないで、干渉してる輻射場の量子状態の違いを考慮して可干渉の条件式 (3.7) を導いた。この可干渉の条件式より、干渉縞の鮮明度が最大になるのは、重ね合わされた輻射場が互いに相関をもちゆらぎの差が一定になるか、又は、ゆらぎそのものが非常に小さいコヒーレント状態にあるかのどちらかである事がわかった。いずれにしても、ゆらぎの効果によって干渉縞が打ち消されない事が、重要な役割をなしている。前者の場合、適当な相関があればよく、光子数及び位相がどのような統計分布するかにはよらない。後者の場合、コヒーレント状態であるならば、両者の間に相関がなくても可干渉の条件を満たす。これらの事が明らかになっていなかったため、今までの理論では、輻射場のコヒーレンスといったとき、可干渉といった意味での状態間のゆらぎの差が一定という相対的な概念と、コヒーレント状態といったときの状態のゆらぎそのものが非常に小さいという絶対的な概念の二つを 混同させて使用してきた。そのために、多くの不明確さが生じた。この

ことは、Youngの実験といった熱光源を使った干渉実験を基礎にして理論が作られたことによる。そのため干渉縞の生成とゆらぎの間の相関との関係だけが研究対象となってしまうためである。この論文では可干渉の条件式 (3.7) に基づき、干渉縞とゆらぎの関係を明らかにした。次の論文で、一次のコヒーレンスの例としてあげられている光子数確定の状態や単一モードに励起された状態が、干渉縞の鮮明度を最大にする状態ではないこと、つまり、optical coherence ではないことを示す。又、fully coherentな輻射場も可干渉の状態ではない事を示す。

#### 謝 辞

指導をいただいた加藤鞆一教授に感謝申し上げます。

#### 文 献

- 1) L. Mandel and E. Wolf, Rev. Mod. Phys. 37 231 (1965)
- 2) R. J. Glauber, Phys. Rev. 130 2529 (1963)
- 3) R. J. Glauber, Phys. Rev. 131 2766 (1963)
- 4) U. M. Titulaer and R. J. Glauber, Phys. Rev. 140 B676 (1965)
- 5) U. M. Titulaer and R. J. Glauber, Phys. Rev. 145 1041 (1966)
- 6) 田中秀次郎, 小林敏夫, 物性研究 21 273 (1974)
- 7) R. J. Glauber, Quantum Optics and Electronics (Gordon and Breach, New York, 1965), P.65.
- 8) P. Carruthers and M. M. Nieto, Rev. Mod. Phys. 40 411 (1968)